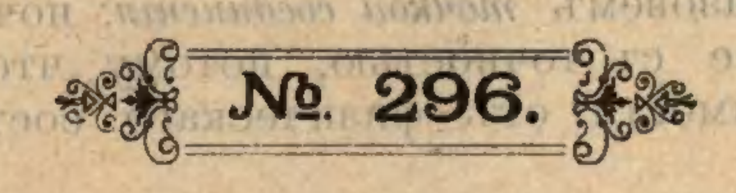
XXV Сем. № 8.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

15 Апрѣля  № 296. 1901 г.

Содержаніе: Свойства твердыхъ тѣлъ подъ давленіемъ, диффузія твердаго вещества, внутреннія движенія въ твердомъ веществѣ. W. Spring'a. Переводъ *Д. Шора*. (Окончаніе). — Памяти Шарля Эрмита. *Ред.* — Физика Герона Александрійскаго. *Д. Шора.* — По поводу статьи г. Лермантова относительно преподаванія элементарной алгебры. *Пр.-Доц. В. Кагана.* — Научная хроника: Астрономическія извѣстія: Колебаніе яркости Эрота. Замѣчательное скопленіе туманностей. Полное солнечное затменіе. *Астронома-Наблюдателя К. Покровскаго* Докторскій диспутъ. *Д. С.*—Задачи для учащихся №№ 40—45 (4 серіи).—Рѣшенія задачъ (3 сер.) №№ 621, 645, 646., 650, 651.—Объявленія.

Свойства твердыхъ тѣлъ подъ давленіемъ, диффузія твердаго вещества, внутреннія движенія въ твердомъ веществѣ.

W. Spring'a,

профессора университета въ Люттихѣ (Ліежѣ), члена Королевской Бельгійской Академіи. Переводъ **Д. Шора** въ Геттингенѣ.

*(Окончаніе *).*

6. **Химическія реакціи въ твердыхъ тѣлахъ.**—При помощи явленій диффузіи мы убѣдились, что внутри твердыхъ тѣлъ происходятъ движенія. Ихъ слѣдуетъ изучить болѣе подробно, чтобы понять ихъ отношеніе къ внутреннимъ движеніямъ жидкостей и газовъ.

Чтобы достигнуть этой цѣли воспользуемся еще разъ *сдавливаніемъ.*

Такъ какъ въ рамки этой статьи не входитъ изученіе жидкостей и газовъ, то мы должны обойти молчаніемъ интересныя работы Berthelot, Cailletet, Laire'a и Girard'a, Pfaff'a, Bogojawlensky, Tammann'a и многихъ другихъ, работы, посвященныя изслѣдова-

*) См. № 295 „Вѣстника“.

нію роли давленія въ химическихъ явленіяхъ, когда одно изъ веществъ есть жидкость или газъ. Однако же, изъ результатовъ этихъ изслѣдованій мы напомнимъ слѣдующее положеніе: *давленіе чаще мѣшаетъ химической реакціи, чѣмъ благопріятствуетъ ей.* Мы увидимъ сейчасъ, что этотъ результатъ есть частный случай болѣе общаго явленія.

Явленія химическаго соединенія и разложенія обнаруживаются, вообще говоря, начиная съ нѣкоторой опредѣленной температуры, которая мѣняется отъ одной пары тѣлъ къ другой. Эту температуру мы назовемъ *точкой соединенія;* почти нѣтъ возможности опредѣлить ее съ точностью, потому что она сильно колеблется въ зависимости отъ физическаго состоянія реагирующихъ тѣлъ.

Вслѣдствіе этого многіе химики вовсе не признаютъ, что реакціи начинаются отъ нѣкоторой опредѣленной температуры, они думаютъ, что реакціи имѣютъ мѣсто при всякой температурѣ, но что онѣ въ высшей степени замедляются, когда интенсивность тепла уменьшается.

Несмотря на существованіе различныхъ мнѣній по этому вопросу, мы позволимъ себѣ сопоставить понятія *точка соединенія* и *точка преобразованія*, о которой была рѣчь выше; по крайней мѣрѣ, въ томъ смыслѣ, что выше этой *точки соединенія* химическая система (напримѣръ: металлъ + сѣра) не можетъ находиться въ равновѣсіи и должна перейти въ состояніе соединенія; но слѣдуетъ замѣтить существенное различіе: ниже этой точки, какъ соединеніе, такъ и химическая система могутъ существовать оба. Въ устойчивомъ ли они состояніи? Безъ сомнѣнія, соединеніе находится въ устойчивомъ состояніи; не такъ опредѣленно обстоитъ дѣло для смѣси элементовъ. Spring [1]) провѣрялъ устойчива ли послѣдняя или нѣтъ, руководствуясь при этомъ слѣдующими соображеніями:

Удѣльный объемъ соединенія двухъ или нѣсколькихъ тѣлъ, вообще говоря, не равенъ суммѣ *удѣльныхъ объемовъ* элементовъ. Чаще всего онъ меньше ея. Напримѣръ, образованіе сѣрнистаго серебра сопровождается сокращеніемъ объема на 6,3%, т. е. 100 объемовъ смѣси серебра и сѣры, другими словами вещества, формула котораго есть: $Ag_2 + S$, даютъ только 93,7 объемовъ Ag_2S. Установивъ это, онъ показалъ на опытѣ, что, если сжимать смѣси при обыкновенной температурѣ, стремясь достигнуть такого же сокращенія объема, то химическая реакція этимъ процессомъ облегчается тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше взаимная способность къ диффузіи (растворимость твердыхъ тѣлъ) элементовъ.

Напримѣръ, безъ труда образуется *сѣрнистое серебро, сѣрнистая мѣдь*, когда сжимаютъ размельченную смѣсь изъ элементовъ;

---

[1]) *Bull. de l'Acad. royale de Belgipue*, 2-e série, t. XLIX, p. 323 и сл.; 1880.
Jd. 3-e série, t. V, p. 55, 1882.
Jd. 3-e série, t. V, p. 492, 1882.

но *цинкъ* и *сѣра*. которые, какъ извѣстно, можно даже расплавить вмѣстѣ безъ того, чтобы образовалось замѣтное количество сѣрнистаго цинка, почти не соединяются подъ дѣйствіемъ давленія, хотя при ихъ соединеніи окончательное сокращеніе объема составляетъ около 5% первоначальнаго объема элементовъ.

Отсюда видно, что диффузія твердыхъ тѣлъ играетъ значительную роль и въ этихъ явленіяхъ. Очевидно, что, если продолжительность сдавливанія не велика, то количество образовавшагося соединенія можетъ быть только очень мало. Это было констатировано E. Jannettaz'омъ [1]), когда онъ повторялъ опыты Spring'а. *Малыя количества* сѣрнистыхъ соединеній желѣза, мѣди, свинца, висмута, которыя онъ получилъ, навели его на мысль, что эти соединенія получились скорѣе отъ теплоты, которая произвела реакцію, чѣмъ непосредственно отъ давленія. Но это только такъ кажется,—ибо если дать давленію продолжаться мѣсяцы, то наблюдается, что соединеніе металловъ съ сѣрою идетъ все дальше, тогда какъ теплота возникаетъ только въ первый моментъ сдавливанія.

Когда же, наоборотъ, удѣльный объемъ соединенія больше суммы объемовъ элементовъ, то *давленіе не производитъ реакціи*. Spring пришелъ даже къ убѣжденію, что тогда *оно дѣйствуетъ на составное тѣло въ обратномъ смыслѣ, разлагая его на его составляющія*. Ему удалось разложить двойную *уксусномѣдную и кальціеву соль*, на которую Van't Hoff [2]) указалъ ему, какъ на обладающую бóльшимъ объемомъ, чѣмъ составляющіе элементы. Подъ давленіемъ соль становится зеленой изъ голубой, какою она была раньше; уксуснокислая соль мѣди (зеленая), уксуснокислая соль кальція и кристаллизаціонная вода, прежде соединенныя молекулярно, разъединились. *Водный трехсѣрнистый мышьякъ* $As_2S_36H_2O$, приготовленный Spring'омъ [3]), также имѣетъ удѣльный объемъ большій, чѣмъ сумма объемовъ смѣси $As_2S_3 + 6H_2O$; разница достигаетъ 4%. Это вещество разложилось въ нѣсколько мгновеній отъ давленія; изъ вещества, первоначально сухого, выдѣлилось много воды и осталось безводное As_2S_3.

Эти результаты были подтверждены уже нѣсколько лѣтъ назадъ Carley Lea [4]). Онъ сжималъ различныя соединенія въ аппаратѣ, который состоялъ изъ винта и рычага и былъ въ состояніи производить давленіе въ 70000 атмосферъ; этимъ путемъ, или даже раздробляя вещества подъ сильнымъ давленіемъ въ фарфоровой ступкѣ, онъ нашелъ, что нѣкоторыя изъ нихъ разлагались. Мы назовемъ здѣсь *сульфатъ и силикатъ серебра, окись золота, окись ртути*. Однако же, здѣсь невозможно сопоставить эти разложенія съ измѣненіемъ удѣльныхъ объемовъ, какъ это сдѣлано выше,

---

[1]) *Bull. de la Société géol. de France*, t. XII, p. 235—236; 1883.

[2]) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3-e série, t. XIII, p. 409; 1887.

[3]) *Id.*, t. XXX, p. 199—203; 1895.

[4]) *Id.*, *Zeitschrift für anorg. Chemie*, t. V, p. 330, и t. VI, p. 349; 1894.

такъ какъ нѣтъ необходимыхъ для этого данныхъ, и къ тому же одинъ изъ продуктовъ разложенія является въ формѣ газа (случай окисей).

Болѣе убѣдительны опыты Clémandot [1]) надъ сдавливаніемъ стали. Они показали, что можно при помощи сдавливанія получить всѣ степени твердости стали, если сперва нагрѣть металлъ до красна и затѣмъ подвергнуть его высокому давленію до тѣхъ поръ, пока онъ совершенно не охладится. Объясненіе этого важнаго факта состоитъ въ слѣдующемъ: въ состояніи краснаго каленія уголь и желѣзо соединяются другъ съ другомъ, при чемъ *объемъ сокращается;* при этомъ получается твердый металлъ [2]). Разложеніе этого *соединенія углерода* или отжиганіе сопровождается, наоборотъ, *расширеніемъ.* Если препятствовать какимъ-либо механическимъ средствомъ этому расширенію, то соединеніе сохраняется, какъ оно сохраняется вслѣдствіе быстраго охлажденія (закалки), которое укрѣпляетъ молекулы въ ихъ относительномъ расположеніи. Это объясненіе вытекаетъ изъ изслѣдованій M. Lan'a надъ дѣйствіемъ сдавливанія на твердость стали [3]).

Теперь не трудно понять, почему давленіе противодѣйствуетъ реакціямъ, которыя даютъ выдѣленіе газа (см. выше), реакціямъ, при которыхъ дѣло идетъ главнымъ образомъ о раствореніи металловъ или углекислыхъ солей въ кислотахъ, при чемъ получается углеводородъ и ангидридъ въ бо́льшемъ объемѣ.

Мы должны привести еще нѣсколько результатовъ, стоящихъ въ связи съ предыдущими фактами; именно, результаты, полученные Spring'омъ при сдавливаніи влажныхъ порошковъ [4]). Всѣ тѣла дающія съ водой растворы, удѣльный объемъ которыхъ меньше, чѣмъ объемъ составныхъ частей, образуютъ *подъ давленіемъ* растворы, которыя можно назвать *перенасыщенными* по отношенію къ обыкновенному атмосферному давленію. Когда давленіе начинаетъ уменьшаться, или совсѣмъ прекращается, происходитъ кристаллизація и образуются куски большой твердости. Однимъ словомъ, здѣсь происходитъ поглощеніе такого рода, какъ это бываетъ съ гипсомъ, гашеннымъ въ водѣ. Напротивъ, тѣла, растворъ которыхъ имѣетъ бо́льшій удѣльный объемъ, не даютъ подъ давленіемъ компактной массы вслѣдствіе того, что растворимость уменьшается здѣсь съ увеличеніемъ давленія; и во время прекращенія давленія, вода снова растворяетъ вещество, которое она выдѣлила [5]). M. Le Chatelier произвелъ, съ своей стороны, аналогичныя наблюденія.

---

[1]) *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 703; 1882.

[2]) Извѣстно, что сталь болѣе хрупка при высокой температурѣ (темно красная), чѣмъ прокаленная.

[3]) *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 952; 1882.

[4]) *Zeitschrift für phys. Chemie*, t. II, p. 532; 1888.

[5]) *Ibid.* p. 535.

Намъ остается, наконецъ, привести фактъ, который еще разъ доказываетъ, что матерія въ твердомъ состояніи не лишена совершенно молекулярной подвижности.

Когда смѣшиваютъ два раствора различныхъ солей, способныхъ при реакціи дать продукты, которые оставались бы растворенными, химическое дѣйствіе всегда *прекращается* прежде полнаго истощенія реактивовъ. Въ такомъ случаѣ говорятъ, что между реактивами и ихъ продуктами существуетъ *химическое равновѣсіе.* Guldberg и Waage дали законы этого равновѣсія: эти законы показываютъ, что пріостановка реакціи имѣетъ мѣсто тогда, когда отношеніе продуктовъ дѣйствующихъ массъ достигаетъ нѣкотораго значенія, постояннаго для каждой пары тѣлъ. Spring [1]) задался вопросомъ, не происходитъ ли эта пріостановка реакціи еще и въ томъ случаѣ, когда мы вмѣсто растворовъ возьмемъ твердыя тѣла. Онъ сжималъ съ этою цѣлью, прежде всего, смѣсь сѣрнокислаго барія и углекислаго натрія, затѣмъ, наоборотъ, смѣсь углекислаго барія и сѣрнокислаго натрія.

Замѣтимъ, что система $Ba\,SO_4 + Na_2\,CO_3$ обладаетъ удѣльнымъ объемомъ въ 0,227, а обратная система $Ba\,CO_3 + Na_2\,SO_4$ объемомъ въ 0,293. Послѣ того, что сказано прежде, первая система не должна была бы вовсе реагировать, а вторая должна была бы вполнѣ преобразоваться со временемъ въ первую. Опытъ показалъ, что этого, между тѣмъ, не было. Какъ въ одной, такъ и въ другой системѣ шелъ химическій процессъ, *но до извѣстнаго предѣла.* Насколько можно было судить, граница была одна и та же для обоихъ случаевъ; она достигала приблизительно 20% полной реакціи. Точной оцѣнки нѣтъ возможности дать, вслѣдствіе трудности количественнаго анализа тѣлъ безъ измѣненія результата. Если температура подымается, то предѣлъ—20%—мѣняется. Такимъ образомъ мы имѣемъ здѣсь дѣло съ фактомъ, который имѣетъ характеръ *химическаго равновѣсія.* Было бы трудно объяснить его, не приписывая твердой матеріи свойства диффундировать подъ давленіемъ, какъ она диффундируетъ въ жидкомъ состояніи.

Заключеніе.

Нѣтъ возможности резюмировать вышеприведенные опыты окончательнымъ образомъ: они еще черезъ-чуръ неполны. Тѣмъ не менѣе, можетъ быть не безполезнымъ обрисовать тѣ выводы, которые уже теперь намѣчаются. Будущее исправитъ то, что въ нихъ нынѣ ошибочно.

1°. *Твердое состояніе матеріи* не представляетъ собою состоянія дѣйствительно обособленнаго; это скорѣе *продолженіе* жидкаго состоянія, если позволено будетъ такъ выразиться. Точное опредѣленіе этого состоянія не можетъ быть еще дано. Говорить о твердыхъ тѣлахъ, что *они сохраняютъ свою форму* не всегда пра-

---

[1]) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3-e série, t. X, p. 204; 1785, и *Bull. de la Société chimique de Paris*, t. XLVI, p. 299; 1896.

вильно; опыты Tresca это ясно доказываютъ. Говорить о нихъ, что *они имѣютъ предѣлъ упругости* есть недостаточное опредѣленіе, такъ какъ Spring показалъ, что въ извѣстныхъ условіяхъ упругость твердыхъ тѣлъ не имѣетъ предѣла.

Думали избѣжать всѣ эти трудности, называя твердыми тѣлами только кристаллы; аморфныя тѣла разсматривались тогда, какъ *въ высшей степени вязкія жидкости*. Но работы Lehmann'a показали, что существуютъ *жидкіе кристаллы* [1]); природа кристалла не зависитъ отъ измѣненія въ расположеніи молекулъ. Сѣть или система точекъ, въ которой расположены молекулы, имѣетъ только второстепенное значеніе; она не опредѣляетъ физическихъ свойствъ тѣлъ.

Но, если строгое опредѣленіе и невозможно, то на практикѣ удобно принимать за характеристичное свойство твердыхъ тѣлъ то, что они обладаютъ предѣломъ упругости при односторонней деформаціи ихъ (O. Lehmann).

2⁰. Твердыя тѣла имѣютъ свойство спаиваться, когда они абсолютно соприкасаются. Это свойство подчиняется двумъ условіямъ: прежде всего необходима нѣкоторая степень *ковкости*, дающей возможность установиться соприкосновенію, затѣмъ — *способность къ диффузіи*. Между сближенными обломками сломанной металлической палки возникаетъ *работа возстановленія*; другими словами, палка спаивается. Этотъ процессъ происходитъ, начиная съ нѣкоторой температуры, быстро. Свойство *сплавляться* не есть особенность твердыхъ тѣлъ въ аморфномъ состояніи, которыя уподобляются переплавленнымъ тѣламъ; оно наблюдается также у кристалловъ. Согласно O. Lehmann'у [2]) мягкіе кристаллы (олеиновое соединеніе калія), приведенные въ соприкосновеніе, сливаются въ одинъ кристаллъ нормальной формы и структуры.

3⁰. Твердыя тѣла могутъ существовать, при обыкновенныхъ условіяхъ температуры и давленія, въ *неустойчивомъ состояніи*, напоминающемъ состоянія перепавленія или пересыщенія жидкостей или растворовъ. Измѣненіе температуры или давленія можетъ вызвать измѣненіе этого состоянія и произвести устойчивое состояніе (вообще говоря, кристаллическое) безъ предварительнаго сжиженія матеріи. Молекулы твердыхъ тѣлъ могутъ еще двигаться въ твердыхъ тѣлахъ и приспособляются къ внѣшнимъ условіямъ. Слѣдуетъ замѣтить, что *время* играетъ здѣсь важную роль.

4⁰. Твердыя тѣла имѣютъ *свойство диффундировать*; но это свойство зависитъ отъ химическаго и физическаго сродства веществъ. Диффузія происходитъ только тогда, когда молекулы тѣлъ могутъ взаимно перемѣщаться въ области соприкосновенія твердыхъ тѣлъ. *Раствореніе твердыхъ тѣлъ*, которое возникаетъ при

---

[1]) *Wiedemann's Annalen*, t. XL, p. 401; 1890.

[2]) *Zeitschrift für phys. Chemie*, t. XVIII, p. 91; 1895.

этомъ, происходитъ отъ тѣхъ же причинъ, какъ и раствореніе жидкихъ тѣлъ между собою, или какъ раствореніе жидкостью твердаго тѣла.

5^0. Дѣйствіе *химическаго сродства* зависитъ отъ условій объема, которымъ подвергаются твердыя тѣла. По крайней мѣрѣ, это такъ *для молекулярныхъ соединеній*, которыя разрѣшаются въ составляющія ихъ молекулы, когда онѣ не находятъ необходимаго для своего существованія мѣста. Наоборотъ, существованіе составныхъ тѣлъ изъ твердыхъ элементовъ имѣетъ мѣсто тѣмъ легче, чѣмъ бо́льшимъ уменьшеніемъ объема сопровождается соединеніе; матерія стремится принять такое расположеніе атомовъ, при которомъ ей нуженъ minimum усилія или борьбы противъ внѣшнихъ силъ; или, другими словами, матерія приспособляется къ условіямъ, въ которыхъ она находится.

Памяти Шарля Эрмита.

Въ настоящее время почти всѣ математическіе и даже общенаучные журналы помѣстили статьи, посвященныя памяти Эрмита. Въ этихъ статьяхъ, написанныхъ часто учениками и ближайшими сотрудниками покойнаго геометра, его личность воспроизводится въ самомъ симпатичномъ свѣтѣ съ тѣмъ-же единодушіемъ, съ какимъ оцѣнивается его выдающаяся научная дѣятельность. Мы считаемъ умѣстнымъ, въ дополненіе къ статьѣ г. Тимченко, помѣщенной въ № 293 „Вѣстника“, удѣлить нѣсколько страницъ воспроизведенію нѣкоторыхъ отрывковъ изъ другихъ некрологовъ, характеризующихъ покойнаго ученаго, какъ человѣка.

Въ 3-ей тетради „Revue générale des Sciences pures et appliquées“ помѣщена статья P. Appel'я, товарища Эрмита по Академіи Наукъ и по Faculté des Sciences. Вотъ строка, посвященная имъ личности Эрмита:

„Но это былъ не только ученый, это былъ человѣкъ и профессоръ. Эрмитъ! Кто изъ современныхъ математиковъ не соединялъ въ своемъ воображеніи съ этимъ именемъ глубоко выразительной фигуры, съ геніальнымъ лбомъ, какъ бы устремленнымъ въ таинственный міръ, недоступный профанамъ“. Для Эрмита математика имѣла какъ бы собственное существованіе внѣ мыслителя; она была для него какъ бы міромъ фатальной гармоніи, служащимъ поддержкой вселенной. Будучи убѣжденнымъ спиритуалистомъ, онъ вѣрилъ, что предъ душой человѣка нѣкогда развернется весь этотъ міръ математической гармоніи, слабое отраженіе котораго только доступно уму человѣка. Его вліяніе на движеніе математической мысли въ XIX вѣкѣ было чрезвычайно велико не только благодаря его открытіямъ и сочиненіямъ, но и благодаря примѣру, которымъ служила его жизнь, безраздѣльно

посвященная наукѣ, благодаря его совѣтамъ, въ которыхъ онъ не отказывалъ никому, кто къ нему обращался, благодаря его идеямъ и доброжелательному ободряющему воздѣйствію, которое онъ оказывалъ на своихъ учениковъ, часто проникая въ ихъ научные замыслы глубже, нежели они это дѣлали сами. Это вліяніе распространялось на весь міръ, и математическая переписка Эрмита, если бы она могла быть собрана и опубликована, служила бы изображеніемъ математической жизни за послѣдніе 60 лѣтъ. Чувства, которыя питалъ къ нему математическій міръ, блестящимъ образомъ сказались по случаю исполненія семидесятилѣтней годовщины великаго геометра: въ 1892 г. образовался комитетъ французскихъ и иностранныхъ математиковъ, который открылъ международную подписку съ цѣлью поднести Эрмиту, въ знакъ почтительнаго удивленія къ его таланту и личности, медаль съ его



изображеніемъ. Исполненіе этой медали было поручено Chaplain'у. Врядъ ли можно указать иностраннаго математика, который бы не принялъ участія въ этой подпискѣ. 24-го декабря 1892 года друзья и почитатели Эрмита съ министромъ народнаго просвѣщенія во главѣ собрались въ Сорбоннѣ и приподнесли ему произведеніе знаменитаго гравера".

Мы тѣмъ охотнѣе воспроизводимъ здѣсь оттискъ этой медали, что на ней запечатлѣно изображеніе одухотвореннаго лица покойнаго геометра.

Редакторъ журнала „Nouvelles Annales de Mathematiques" C.-A. Laisant помѣстилъ во второй книжкѣ этого журнала за текущій годъ письмо, написанное ему Эрмитомъ. Какъ это письмо, такъ и свѣдѣнія, которыя по этому поводу сообщаетъ *Laisant* весьма характерны для выясненія личности Эрмита.

Засѣдавшій въ августѣ въ Парижѣ международный конгрессъ математиковъ послалъ Эрмиту, своему почетному президенту, находившемуся тогда въ Saint-Jean-de-Luz, слѣдующую телеграмму:

„Международный конгрессъ математиковъ шлетъ выраженіе своего удивленія и почтительной симпатіи славному геометру, который своимъ талантомъ и своею личностью служитъ украшеніемъ своей страны и всего ученаго міра.

Математики всѣхъ націй выражаютъ г. Эрмиту самыя искреннія пожеланія счастья и здоровья“.

Иниціаторомъ этой манифестаціи былъ C.-A. Laisant, но какъ онъ самъ говоритъ, эта мысль была присуща всѣмъ членамъ конгресса, и то обстоятельство, что онъ ее высказалъ раньше



другихъ, является чистой случайностью. Тѣмъ не менѣе, узнавъ, кому онъ обязанъ иниціативой оказаннаго ему вниманія, Эрмитъ, въ началѣ января, т. е. передъ самой кончиной, написалъ Laisant'у письмо съ выраженіемъ благодарности. Несмотря на интимный характеръ письма, Laisant счелъ нужнымъ испросить у Эрмита согласія на опубликованіе его. При этомъ, по его собственнымъ словамъ, онъ руководился тѣмъ, что „письмо это, во-первыхъ, дѣлаетъ больше всего чести его автору, во-вторыхъ, что оно какъ бы служитъ отвѣтомъ на телеграмму конгресса“.

Вотъ текстъ это письма:

Парижъ. 3-го января 1901 г.

Милостивый Государь!

„Я чувствую себя обязаннымъ выразить вамъ свою сердечную признательность за вниманіе, о которомъ я не имѣлъ до сихъ поръ свѣдѣній, о которомъ мнѣ никто не сообщалъ, о которомъ я только сейчасъ узналъ изъ письма, полученнаго мною отъ J.

Durán Loriga. Въ истекшемъ августѣ я получилъ въ Saint-Jean-de-Luz телеграмму отъ засѣдавшаго въ Парижѣ математическаго конгресса, которая наполнила мое сердце радостью, которая составила гордость и счастье моихъ близкихъ, такъ какъ она содержала привѣтствіе отъ членовъ конгресса, украсившее мою трудовую жизнь, въ такихъ выраженіяхъ, что я не рѣшаюсь считать ихъ заслуженными. Кто же взялъ на себя иниціативу, кому я обязанъ этимъ выраженіемъ вниманія, стоящимъ выше всякой благодарности? Я объ этомъ узналъ, сударь, и я не умѣю выразить, какое я чувствую удовлетвореніе, имѣя возможность искренно и сердечно выразить Вамъ свою признательность за это увѣнчаніе моей карьеры.

Вы прошли черезъ бури политической борьбы, Вы знали страсти и ярость безумцевъ, ожесточеніе честныхъ людей; Вы жестоко страдали среди горестныхъ обстоятельствъ; и я сомнѣваюсь, чтобы Вы когда либо сожалѣли объ этомъ прошломъ, отдавшись вновь Вашему математическому призванію, вдохновенію Вашего прекраснаго таланта къ Анализу.

Я никогда не имѣлъ чести участвовать въ борьбѣ, не испытывалъ терзаній, составляющихъ удѣлъ людей политики; моя жизнь текла тихо, хотя и не индифферентно къ родной странѣ. Съ чувствомъ уваженія къ мужественной борьбѣ, къ усиліямъ, которыхъ она требуетъ, къ печали и горечи, которыя она съ собой приноситъ, я еще разъ благодарю Васъ за почетное вниманіе, которое Вы оказали алгебраисту въ концѣ его карьеры и прошу Васъ принять увѣреніе въ моей симпатіи, моей признательности и совершенной преданности

Ch. Hermite".

Вотъ что прибавляетъ г. Laisant къ этому письму отъ себя.

„Предыдущія строки были уже отданы въ наборъ, когда я получилъ печальное извѣстіе о кончинѣ этого великаго геометра и прекраснаго человѣка, который будетъ искренне оплаканъ всѣми математиками".

„Предыдущее письмо несомнѣнно одно изъ послѣднихъ, если не самое послѣднее, которое онъ писалъ; это придаетъ ему еще большую цѣну. На этомъ письмѣ отразились двѣ благороднѣйшія черты его характера, которыя были для него особенно характерны и которыя еще укрѣпятъ добрую память о немъ: это доброта и скромность".

„У меня сжимается сердце, когда я вспоминаю о визитѣ, который я ему сдѣлалъ по поводу этого письма; я тогда не подозрѣвалъ, что это будетъ послѣднее мое посѣщеніе Эрмита. Онъ былъ не совсѣмъ здоровъ, былъ въ угнетенномъ настроеніи и сказалъ мнѣ: „Я кончаю свою карьеру, но я не могу жаловаться. Меня всегда баловали; я трудился, но я могъ бы сдѣлать больше".

. . . .

„Когда я сталъ просить у него разрѣшенія опубликовать его письмо, онъ сказалъ: „Мнѣ не хотѣлось бы Вамъ отказать,—но не выдвигайте меня впередъ; я не хочу брать на себя никакой иниціативы въ этомъ дѣлѣ, не хочу дѣлать никакихъ манифестацій. *Я живу въ своей норѣ*, окруженный привязанностью близкихъ людей, въ общемъ, счастливо; но я уже ни къ чему не годенъ и мнѣ слѣдуетъ хранить молчаніе. Скажите же, что мое письмо носило интимный характеръ, и что я только *далъ Вамъ согласіе* на его опубликованіе".

„Какъ бы ни думалъ, чтобы ни говорилъ этотъ замѣчательный человѣкъ о своей негодности, онъ могъ бы служить примѣромъ людямъ науки и въ особенности тѣмъ, которые достигли славы. Онъ показалъ, что люди, съ возвышеннымъ сердцемъ, умѣютъ соединять съ высокимъ талантомъ доброжелательное отношеніе къ людямъ, что истинный ученый не знаетъ иныхъ страстей, кромѣ культа истины, что онъ чуждъ всего личнаго и предвзятаго, что ему ненавистенъ духъ интригъ и пристрастной критики".

Ред.

Физика Герона Александрійскаго.

Д. Шора въ Геттингенѣ.

Въ Германскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ существуетъ обычай ежегодно издавать печатный отчетъ (или, какъ его называютъ чаще, программу), и въ видѣ приложенія къ нему научную или педагогическую статью одного изъ учителей. Между этими работами попадаются иногда очень интересныя; къ нимъ принадлежитъ сочиненіе *„Die Physik des Heron von Alexandria"*. Von **Franz Knauff** (Oberbhrer). Wissenschaftliche Beilage zum Jahresbericht des Sophien-Gymnasiums zu Berlin. Ostern 1900. Это сочиненіе по существу компилятивнаго характера, такъ какъ физическія воззрѣнія Герона Александрійскаго разработаны цѣлымъ рядомъ историковъ: *Martin*, *Vincent*, *Hultsch*, *Cantor*, *Bose*, *Cara de Vaux*, *W. Schmidt*—но именно вслѣдствіе этого оно въ состояніи дать цѣльное представленіе о данномъ предметѣ. Вотъ его содержаніе.

Сочиненія Герона даютъ намъ сумму или, по крайней мѣрѣ, бо́льшую часть физическихъ знаній въ эпоху около начала нашего лѣтоисчисленія. Къ области физики относятся слѣдующія его книги: О давленіи (Πνευματικῶν α, β), Автоматическій театръ (Περὶ αὐτοματοποιητικῆς), Механика (Μηχανικά, Βαρουλκός), Объ устройствѣ орудій для стрѣльбы (Βελοποιϊκά), объ отраженіи (Κατοπτρικά) и Геодезическія работы (Περὶ διόπτρας). Всѣ онѣ относятся къ прикладной физикѣ, но и по отношенію къ теоретической физикѣ мы должны считать Герона выразителемъ знаній его эпохи. Эта то теоретическая сторона сочиненій Герона излагается въ реферируемой нами статьѣ, а всѣ остроумные инстру-

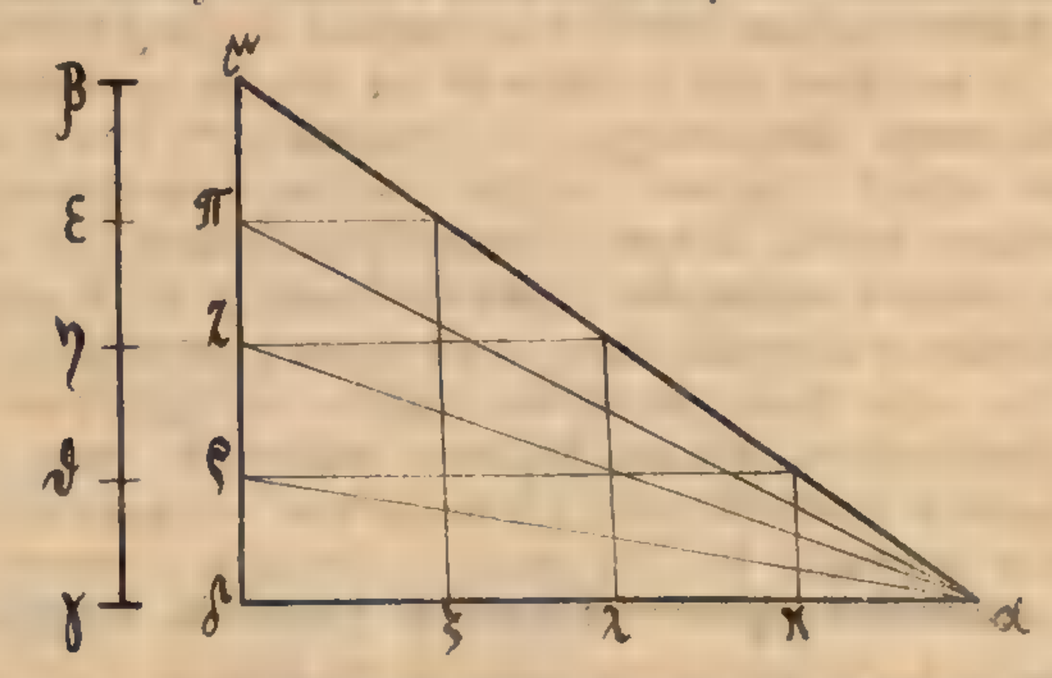
менты, какъ напримѣръ, автоматическій театръ, различныя варіаціи примѣненія сифона въ волшебныхъ кружкахъ и т. п., первыя примѣненія давленія паровъ, пожарный насосъ и многіе другіе интересные инструменты, за недостаткомъ мѣста, пройдены молчаніемъ.

Всѣ тѣла состоятъ, по Герону, изъ четырехъ элементовъ: огня, воздуха, воды и земли; изъ нихъ самый тонкій—огонь, самый грубый—земля. Каждый изъ элементовъ можетъ переходить въ другіе и въ особенности огонь превращаетъ вещества въ болѣе тонкія, причемъ твердыя тѣла распадаются на огненныя, воздушныя и земляныя составныя части. Наиболѣе тонкія огненныя подымаются вверхъ къ огненнымъ областямъ, воздушныя остаются въ воздухѣ, а болѣе грубыя (водяныя и земляныя), увлеченныя первыми вверхъ, падаютъ затѣмъ обратно на землю; примѣры: сгораніе угля, испареніе воды. Но существуютъ и обратныя превращенія: вещества болѣе тонкія переходятъ въ болѣе грубыя; такъ, потухающій огонь становится воздухомъ. Точно такъ же воздухъ превращается въ воду, а налитая въ яму вода—въ землю; грязь и илъ суть переходныя формы.

Тѣла состоятъ изъ молекулъ, раздѣленныхъ порами; если поры какъ въ несгораемыхъ тѣлахъ, слишкомъ малы для молекулъ огня, то послѣднія, проникаютъ въ нихъ. Безъ существованія поръ не были бы возможны такія явленія, какъ сжатіе и разрѣженіе воздуха, проникновеніе свѣта сквозь тѣла и мн. друг. Надо прибавить, что о молекулярной теоріи собственно здѣсь нѣтъ еще рѣчи. Тѣла обладаютъ четырьмя свойствами: протяженностью, непроницаемостью, пористостью и дѣлимостью. Объ остальныхъ свойствахъ Геронъ упоминаетъ вскользь, не давая опредѣленій. Изъ молекулярныхъ силъ ему извѣстна свойственная молекуламъ воздуха упругость, но она не есть та сила расширенія, существованіе которой мы принимаемъ теперь у газовъ; по Герону, эластичность воздуха возникаетъ при *искусственномъ* сжиманіи и разрѣженіи воздуха.

Механическія воззрѣнія Герона во многомъ сходны съ Аристотелевыми, но, главнымъ образомъ, онъ опирается на Архимеда. Такъ, вмѣсто стараго, принадлежащаго Посидонію опредѣленія центра тяжести, какъ точки опоры или привѣса, онъ отдѣляетъ эти два понятія, какъ это принято въ настоящее время. Онъ рѣшаетъ нѣкоторыя задачи о нахожденіи центра тяжести треугольниковъ, многоугольниковъ и т. п. Рѣшеніе этихъ задачъ предполагаетъ понятно знаніе законовъ равновѣсія рычага; послѣдній онъ беретъ у Архимеда. На этомъ же законѣ основана теорія простыхъ машинъ — ворота, рычага и блока — теорія, занимающая бо́льшую часть второй книги механики и вполнѣ соотвѣтствующая современной, если не считать нѣкоторыхъ мелочей. Въ связи съ описаніемъ этихъ машинъ, Геронъ устанавливаетъ такъ называемое золотое правило механики, формулируя его слѣдующимъ образомъ: „Отношеніе временъ равно обратному отношенію движущихъ силъ".—Приводимъ здѣсь нѣсколько подробнѣе теорію

клина, какъ она излагается Герономъ. Если сила $\beta\gamma$ (см. фиг.) подвигаетъ клинъ $\mu\delta\alpha$ на разстояніе $\delta\alpha$, то четверть ея $\beta\varepsilon$ подвинетъ его на разстояніе $\delta\zeta$, равное четверти $\delta\alpha$. Если же мы раздѣлимъ сторону $\mu\delta$ на четыре равныя части и проведемъ черезъ полученныя точки π, χ, ρ и точку α сѣченія, то получимъ четыре клина съ меньшими углами; приложивъ теперь силу $\beta\varepsilon (= \frac{1}{4}\beta\gamma)$ къ одному изъ полученныхъ клиньевъ $\rho\delta\alpha$, подвинемъ его также



на разстояніе $\delta\alpha$.—Винтъ разсматривается у Герона, какъ закрученный клинъ. Тождество же наклонной плоскости съ послѣднимъ было ему неизвѣстно; онъ зналъ только, что для удержанія тяжелаго тѣла на наклонной плоскости требуется тѣмъ меньшая сила, чѣмъ меньше ея уголъ; но опредѣленіе величины этой силы, вообще, до него не вѣрно. Очень остроумно и вѣрно слѣдующее опредѣленіе силы, необходимой для удержанія на наклонной плоскости цилиндра: если мы черезъ прямую касанія цилиндра съ наклонною плоскостью проведемъ вертикальную плоскость, то она раздѣлитъ цилиндръ на двѣ неравныя половины, изъ которыхъ каждая будетъ стремиться повернуть цилиндръ въ свою сторону; но такъ какъ часть нижней половины равна цѣлой верхней, то первая перетягиваетъ, и сила равна разности вѣсовъ обѣихъ половинъ.—Далѣе Геронъ разсматриваетъ распредѣленіе силы тяжести на опоры и столбы, основываясь на идеѣ Архимеда о распредѣленіи тяжести. Мы видимъ такимъ образомъ, что статика была развита у Герона приблизительно такъ, какъ теперь. Этого нельзя сказать о динамикѣ, строгія основанія которой положены впервые только Галилеемъ и Ньютономъ. Геронъ же исходитъ изъ двухъ принциповъ: *„Легкое легче подвинуть, тяжелое—тяжелѣе“* и *„Одинъ и тотъ же вѣсъ легче приходитъ въ движеніе и сохраняетъ его отъ дѣйствія большей силы, чѣмъ отъ дѣйствія меньшей“*. Этимъ объясняется, напримѣръ, неравное отклоненіе чашекъ вѣсовъ при одномъ и томъ же перевѣсѣ, но при различныхъ нагрузкахъ. Также и болѣе скорое паденіе болѣе тяжелыхъ тѣлъ вытекаетъ изъ этихъ принциповъ. Зависимость скорости паденія отъ формы объясняется неравнымъ распредѣленіемъ силы въ различныхъ частяхъ: объясненіе же этого сопротивленіемъ воздуха Геронъ считаетъ невѣрнымъ. По его мнѣнію, плоское тѣло потому падаетъ медленнѣе шарообразнаго, что сила тяжести распредѣляется въ

немъ на его составныя части, которыя надо представить себѣ падающими независимо другъ отъ друга; въ шарѣ же частички лежатъ одна надъ другой, а потому дѣйствіе силы ихъ тяжести складывается.—Сила, по Герону, отъ употребленія пропадаетъ и этимъ объясняется паденіе обратно на землю брошеннаго вверхъ тѣла. Итакъ, о вѣрныхъ динамическихъ воззрѣніяхъ у Герона не можетъ быть и рѣчи. Интересно отмѣтить, что, несмотря на это, у него встрѣчаются слѣды закона сложенія и разложенія движеній.

Ученіе о жидкостяхъ основано на двухъ причинахъ: 1) *принципѣ горизонтальной поверхности*, состоящемъ въ томъ, что жидкость находится въ покоѣ только тогда, когда поверхность ея представляетъ собою часть шара, концентрическаго съ земнымъ; 2) на *принципѣ „боязни пустоты“* (*„horror vacui“*), по которому на мѣсто, изъ котораго удалено тѣло, поступаетъ немедленно сосѣднее, какъ будто бы они были склеены другъ съ другомъ. На основаніи этихъ принциповъ (атмосферное давленіе ему, понятно, не извѣстно) Геронъ вполнѣ послѣдовательно объясняетъ сифонъ и сообщающіеся сосуды. Но на ряду съ этимъ у него встрѣчаются смутныя и невѣрныя представленія о давленіи воздуха.

Зависимость скорости истеченія жидкости изъ отверстія въ сосудѣ отъ разности уровней извѣстна Герону, но онъ объясняетъ ее тѣмъ, что на вытекающую жидкость давитъ бо́льшее или меньшее количество воды, въ зависимости отъ бо́льшей или меньшей разности уровней. Что эта скорость зависитъ только отъ разности уровней ему не извѣстно. Принципъ Архимеда встрѣчается у Герона въ искаженномъ видѣ.

Теплота есть, по Герону, нѣчто матеріальное, проникающее въ поры тѣлъ. Источникомъ ея, кромѣ огня, служитъ солнце, которое производитъ горячіе ключи, испареніе жидкости и почвы, возникновеніе вѣтровъ и т. п. О плавленіи твердыхъ тѣлъ у Герона нигдѣ не упоминается. Что же касается расширенія тѣлъ отъ нагрѣванія, то оно извѣстно ему, по крайней мѣрѣ, для газообразныхъ тѣлъ; объ обратномъ явленіи сокращенія объема отъ охлажденія у него нигдѣ не упоминается. Происхожденіе вѣтровъ объясняется неравнымъ нагрѣваніемъ воздуха и возникающимъ отъ этого неравенствомъ давленія.

Воззрѣнія Герона въ области оптики состояли въ слѣдующемъ. Изъ глаза наблюдателя исходятъ лучи, которые какъ бы ощупываютъ видимые предметы. Эти лучи движутся прямолинейно съ безконечною скоростью; они отражаются полированными поверхностями, такъ какъ въ послѣднихъ поры заполнены веществомъ. Поверхность воды отражаетъ часть лучей, наталкивающихся на частички, и пропускаетъ остальные черезъ поры. Законы отраженія математически доказываются стремленіемъ лучей двигаться по кратчайшему пути; точно также, Геронъ даетъ геометрическія построенія отраженія въ вогнутыхъ и выпуклыхъ зеркалахъ. Замѣтимъ еще, что Геронъ упоминаетъ о собственно *свѣтовыхъ* лучахъ, но они не отличаются у него отъ вышеупомянутыхъ лучей, исходящихъ изъ глаза наблюдателя.

По поводу статьи г. Лермантова
относительно преподаванія элементарной алгебры.

Приватъ Доцента В. Кагана въ Одессѣ.

Въ статьѣ, помѣщенной въ №№ 292 и 293 „Вѣстника", г. Лермантовъ, возражая на мою рецензію его книги, излагаетъ свой взглядъ на постановку преподаванія элементарной алгебры въ нашей средней школѣ. Продолжая въ настоящей замѣткѣ нашъ споръ, я не имѣю въ виду вновь входить въ обстоятельный разборъ книги г. Лермантова. Прочитавъ весьма внимательно его учебникъ, я высказалъ взглядъ, соотвѣтствующій составившемуся у меня убѣжденію и долженъ искренно сказать, что возраженія автора не измѣнили этого взгляда. Но, я думаю, изъ двухъ статей—моей и г. Лермантова—читатели уяснили себѣ задачу, которую поставилъ себѣ авторъ и путь, который онъ избралъ для ея разрѣшенія; а въ этомъ и заключается цѣль библіографическаго отдѣла. Лица, которыхъ такая постановка вопроса заинтересовала, прочитаютъ самую книгу и сдѣлаютъ ея оцѣнку — каждый по своему.

Въ настоящей статейкѣ я имѣю въ виду изложить нѣсколько соображеній по поводу основныхъ принциповъ, высказанныхъ г. Лермантовымъ по отношенію къ преподаванію Алгебры. Я не имѣю за собой тридцатилѣтняго опыта; но уже не одинъ годъ руковожу значительнымъ числомъ учащихся въ средней и высшей школѣ — и, слѣдовательно, также имѣю возможность наблюдать какъ ходъ усвоенія учениками элементовъ математики, такъ и результаты этого усвоенія, которые они приносятъ въ университетъ. Но выводы, къ которымъ я прихожу, кореннымъ образомъ отличаются отъ взглядовъ г. Лермантова. Впрочемъ, я долженъ сказать, что во многомъ мой уважаемый товарищъ, на мой взглядъ, безусловно правъ,—что многія изъ его наблюденій, вѣроятно, признаетъ справедливыми всякій педагогъ. Но суть заключается въ томъ, что производить наблюденія и на основаніи ихъ критиковать существующую систему—гораздо легче, чѣмъ точно установить причину тѣхъ или иныхъ явленій и указать пути къ ихъ устраненію. Именно поэтому всегда полезно *разностороннее* обсужденіе причинъ всякаго серьезнаго явленія.

Причину неудовлетворительныхъ результатовъ обученія въ средней школѣ вообще и основамъ математики въ частности, съ которыми наши молодые люди приходятъ въ университетъ, г. Лермантовъ усматриваетъ въ неправильности основного принципа, на которомъ построена наша система обученія въ средней школѣ. Мы обучаемъ юношей началамъ различныхъ наукъ, не имѣющимъ непосредственнаго приложенія въ практической жизни,

въ разсчетѣ на то, что это дастъ имъ достаточное развитіе, съ помощью котораго они сумѣютъ самостоятельно разобраться въ избранной ими области дѣятельности. Вмѣсто этого, по мнѣнію г. Лермантова, школа должна насъ обучать различнаго рода *умѣніямъ*, на которыя *есть спросъ*, которыя даютъ непосредственное обученіе для житейской борьбы.

„Не въ выборѣ преподаваемыхъ предметовъ заключается причина неуспѣха“, говоритъ г. Лермантовъ. И это совершенно справедливо, но справедливо именно лишь до тѣхъ поръ, пока рѣчь идетъ объ общемъ развитіи; всѣ предметы, выражаясь опять таки словами г. Лермантова, „вносятъ свою долю идей, нужныхъ для обихода современнаго образованнаго человѣка“; я бы прибавилъ—„всѣ предметы способны споспѣшествовать развитію его ума.“ Но если обучать *умѣнію*, какъ его понимаетъ г. Лермантовъ, именно тому, которое учащійся со временемъ будетъ примѣнять. Это—задача спеціальной (хотя бы и средней) школы; такая школа очень нужна; можетъ быть справедливо и то, что число такихъ школъ у насъ недостаточно велико; но горе той странѣ, въ которой спеціальная школа совершенно вытѣсняетъ общеобразовательную.

Изъ всевозможнаго рода умѣній есть одно, которое и важнѣе и (въ полномъ согласіи съ мнѣніемъ г. Лермантова)—труднѣе всѣхъ другихъ. Это — умѣніе *думать*. И общеобразовательная школа ставитъ себѣ задачей обучить своихъ воспитанниковъ *этому умѣнію*, подготовить ихъ къ созданію яснаго міросозерцанія, къ выработкѣ гуманнаго отношенія къ людямъ. Если она этой цѣли не достигаетъ, то вина не въ неправильной постановкѣ задачи, а въ неумѣніи ее рѣшить. Гдѣ причины такого неумѣнія—вопросъ спорный, который теперь усердно обсуждается компетентными и некомпетентными лицами. Мы не станемъ въ это входить.

„Весьма немногіе, говоритъ г. Лермантовъ, (вѣроятно, меньше 10% всѣхъ поступающихъ въ школы) способны пріобрѣсти умѣніе разсуждать самостоятельно въ такой мѣрѣ, чтобы удачно примѣнять хоть одинъ отдѣлъ своихъ знаній основаній всѣхъ наукъ“.

Вотъ утвержденіе, которое я считаю безусловно преувеличеннымъ. Во-первыхъ, мы должны принимать во вниманіе не тѣхъ, которые *поступаютъ* въ среднюю школу, а тѣхъ которые ее *оканчиваютъ*. Естественно, что среди дѣтей, поступающихъ въ общеобразовательную школу, можетъ оказаться значительный контингентъ такихъ, для которыхъ она слишкомъ трудна. Для нихъ должны быть открыты двери другихъ школъ, болѣе приспособленныхъ къ ихъ способностямъ—и только; для общеобразовательной школы все таки найдется слишкомъ достаточное количество учениковъ, способныхъ подготовиться къ изученію высшей науки.

Во-вторыхъ, самое понятіе — способность къ самостоятельному мышленію крайне растяжимо. Извѣстный запасъ этой спо-

собности есть у каждаго человѣка, и каждый ее упражняетъ въ той мѣрѣ, въ какой это ему подъ силу; но упражняетъ тогда, когда его къ тому побуждаетъ настойчивая нужда или явный интересъ. Запасъ знаній по математикѣ, съ которымъ молодые люди приходятъ въ университетъ, болѣе, чѣмъ скроменъ. Но они приносятъ съ собой въ большомъ числѣ случаевъ нѣчто, гораздо худшее, нежели недостаточныя познанія — это всеразъѣдающій индифферентизмъ къ наукѣ. И въ немъ именно—а не въ неспособности къ самостоятельному мышленію — по моему глубокому убѣжденію, заключается корень зла. Еслибы студенты г. Лермантова ощутили интересъ или нужду умѣть примѣнить свои математическія познанія къ физической калькуляціи, еслибы это была нужда не школьная, которая въ худшемъ (рѣдкомъ) случаѣ кончается неудовлетворительнымъ балломъ или потерей года, а нужду дѣйствительную, жизненную, — ту нужду, съ которой онъ столкнется позже по вступленіи въ жизнь,— г. Лермантовъ быть можетъ, не узналъ бы своихъ слушателей. Пробѣлы были бы восполнены въ короткое время, и контингентъ молодыхъ людей, неспособныхъ справиться съ этой задачей, оказался бы далеко не столь большимъ.

Съ точки зрѣнія изложенныхъ здѣсь общихъ соображеній я смотрю и на преподаваніе математики въ средней школѣ. И здѣсь я согласенъ съ многими отдѣльными замѣчаніями г. Лермантова. Вмѣстѣ съ нимъ я высказался бы за устраненіе изъ курса средней школы теоріи общаго наибольшаго дѣлителя полиномовъ *), извлеченія изъ полиномовъ корней, теорію непрерывныхъ дробей: я считаю величайшимъ зломъ прохожденіе періодическихъ дробей во второмъ классѣ, теорію несоизмѣримыхъ величинъ въ четвертомъ классѣ и всѣ разговоры о мнимыхъ величинахъ. Но при всемъ томъ, въ самомъ существенномъ пунктѣ, опредѣляющемъ весь характеръ преподаванія математики въ общеобразовательной школѣ, я кореннымъ образомъ расхожусь съ г. Лермантовымъ.

Задача этого курса заключается на мой взглядъ именно въ томъ, чтобы упражнять способность къ послѣдовательному мышленію, чтобы пріучать юношу къ точному выраженію своихъ мыслей, къ производству умозаключенія изъ дѣйствительныхъ, а не фиктивныхъ посылокъ. У лучшихъ учениковъ въ концѣ курса можетъ остаться довольно цѣльная картина математической системы,—у другихъ уцѣлѣютъ только значительныя части этой картины,—болѣе слабые будутъ овладѣвать только отдѣльными главами; но каждый извлечетъ изъ курса то, что ему доступно, и вынесетъ несомнѣнную пользу. Отъ распредѣленія матеріала, отъ умѣнія учителей, отъ правильнаго распредѣленія учениковъ по классамъ, отъ общихъ условій школьной жизни будутъ зависѣть размѣры этой пользы. Но основой преподаванія должно служить

*) Эта теорія обыкновенно излагается такъ, что учащіеся не понимаютъ даже, въ чемъ собственно заключается задача.

систематическое изученіе теоріи. Задачи должны необходимо сопутствовать изученіе теоріи; на нихъ выясняютъ нѣкоторыя детали, онѣ закрѣпляютъ въ памяти усвоенные факты и дѣлаютъ ихъ полнымъ достояніемъ учащагося. Но превратить изученіе алгебры въ общеобразовательной школѣ въ умѣніе справляться съ задачами значитъ, по моему мнѣнію, свести ея пользу почти къ нулю. Въ самомъ дѣлѣ, задачи бываютъ шаблонныя, представляющія собой несущественныя варіаціи однихъ и тѣхъ же образцовъ,—и оригинальныя, требующія примѣненія именно той самостоятельности, на отсутствіе которой г. Лермантовъ такъ горько жалуется. Что ученикъ, не привыкшій къ теоретическому разсужденію, не искусившійся на изученіи теоріи, не справится съ оригинальной задачей, мнѣ кажется совершенно очевиднымъ. Что-же ему дастъ умѣніе рѣшать шаблонныя задачи? Развѣ съ ними ему придется встрѣчаться въ практической жизни? Служебное значеніе этихъ задачъ при прохожденіи теоріи можетъ быть значительнымъ; сами по себѣ онѣ ничего не стоютъ. Если ученикъ, обучавшійся умѣнію рѣшать эти задачи, позабылъ ихъ, тогда кончено все; отъ его алгебры не останется никакого слѣда. А г. Лермантовъ находитъ, что изучать съ ученикомъ дѣленіе многочленовъ можно à propos, при случаѣ рѣшенія уравненія, требующаго производства этого дѣйствія.

Я далекъ отъ того, чтобы отрицать трудности, съ которыми часто бываетъ связано теоретическое прохожденіе нѣкоторыхъ отдѣловъ алгебры; но я нахожу, что этимъ трудностямъ нужно смотрѣть прямо въ лицо; иначе, обходя ихъ фиктивными средствами, маскирующими эти затрудненія, можо только обманывать самого себя, либо именно пріучить учащагося къ тому, противъ чего г. Лермантовъ совершенно основательно вооружается: повторять слова, которыя нравятся учителю.

Я приведу одинъ примѣръ. „Понятіе объ отрицательныхъ величинахъ“, говоритъ г. Лермантовъ, „я представляю, какъ условное удобное правило, не противорѣчащее здравому смыслу. Болѣе полное опредѣленіе я считаю здѣсь *) неумѣстнымъ и излишнимъ“.

Но именно идея условности, законно произвольной по отсутствію въ ней логическаго противорѣчія, и есть самая трудная идея во всемъ курсѣ математики; и усвоеніе всѣхъ остальныхъ подробностей представляется мнѣ игрушечно-легкимъ по сравненію съ трудностью усвоенія этой идеи.

*) Т. е. въ началѣ преподаванія.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Астрономическія Извѣстія.

Колебанія яркости Эрота. Вслѣдъ за извѣстіемъ о наблюденіяхъ Іоста, подтверждающихъ измѣненіе яркости планетки Эрота, которое констатировалъ Оппольцеръ въ Потсдамѣ (см. Астр. Изв. въ № 292, стр. 90), появился цѣлый рядъ и другихъ изслѣдованій, выясняющихъ явленіе съ большими подробностями. Оказывается, что нѣкоторые наблюдатели давно уже отмѣчали несоотвѣтствіе яркости планеты съ ожидаемой въ отдѣльныхъ случаяхъ, только лишь не имѣли возможности или не догадались связать свои наблюденія. Теперь ихъ записи получаютъ значеніе, какъ матеріалъ для вывода періода измѣненія блеска вмѣстѣ съ спеціальными изслѣдованіями, организованными послѣ заявленія Оппольцера. Выяснилося, что паденіе яркости Эрота достигаетъ двухъ звѣздныхъ величинъ (т. е. уменьшеніе приблизительно въ 6 разъ), а періодъ равняется всего $2^1/_2$ часамъ. Впрочемъ, послѣднее число только приближенно. Оказывается, промежутки между различными минимумами не одинаковы: въ то время, какъ между первымъ и вторымъ минимумами проходитъ 2 часа 51 минута, промежутокъ между вторымъ и третьимъ равняется 2 часамъ 24 минутамъ. Промежутки между соотвѣтствующими максимумами: 2 часа 50 минутъ и 2 часа 26 мин. Для объясненія этихъ явленій Андре предположилъ, что Эротъ представляетъ собой двойную систему, что здѣсь двѣ планетки, которыя должны кружить одна около другой. Когда свѣтъ идетъ къ намъ отъ обоихъ тѣлъ, наблюдаемая яркость планеты наибольшая, когда для насъ одно тѣло закрываетъ другое, она уменьшается, происходитъ первый минимумъ, когда второе тѣло будетъ ближе къ намъ, закрывая первое, происходитъ второй минимумъ.

Третій минимумъ представляетъ то же явленіе, что и первый, такъ что промежутокъ времени между первымъ и третьимъ минимумами даетъ непосредственно время обращенія спутника около главнаго тѣла. Въ данномъ случаѣ періодъ обращенія равняется 5 часамъ 26,15 минутамъ. Эксцентриситетъ орбиты долженъ равняться 0,0560, разстояніе точки наибольшаго сближенія отъ линіи пересѣченія плоскости орбиты съ эклиптикой $162^0,45$. Большая ось орбиты лишь немного больше суммы радіусовъ двухъ тѣлъ, которыя по своимъ размѣрамъ отличаются другъ отъ друга немного. Ихъ отношеніе можетъ быть $\frac{3}{2}:1$. Тѣла, вѣроятно, имѣютъ форму эллипсоидовъ очень сжатыхъ (сжатіе равняется $^1/_2$).

Орбита спутника должна занимать такое положеніе въ пространствѣ, чтобы и плоскость ея проходила черезъ землю для этихъ наблюденій. Вслѣдствіе относительнаго смѣщенія земли и

Эрота, въ другое время плоскость орбиты не будетъ встрѣчать землю, и мы не будемъ замѣчать колебаній блеска планеты.

Возможно, что во время послѣдовательныхъ минимумовъ яркость Эрота неодинакова. По Deichmüller'у разница достигаетъ даже 2 звѣздныхъ величинъ.

Ristenpart оспариваетъ мнѣніе André, допуская вмѣстѣ съ Deichmüller'омъ, что уменьшеніе яркости планеты обусловливается особенностью отражать солнечные лучи въ одномъ мѣстѣ ея поверхности, которая при вращеніи періодически обращается къ землѣ. Время вращенія планеты въ этомъ случаѣ пришлось бы принять равнымъ 2 часамъ 37 минутамъ, какъ разъ середину изъ тѣхъ промежутковъ между тремя послѣдовательными минимумами, которые указаны выше. Въ силу дѣйствительнаго неравенства этихъ промежутковъ, лучше допустить, что время вращенія Эрота равняется 5 часамъ 15 минутамъ и что на его поверхности есть два мѣста, плохо отражающія солнечные лучи, которыя приблизительно, но не точно діаметрально противоположны другъ другу. Ось вращенія планеты должна быть приблизительно перпендикулярна радіусу—вектору.

Интересно, что явленія, подобныя тѣмъ, которыя мы теперь наблюдаемъ на Эротѣ, имѣютъ мѣсто и для нѣкоторыхъ другихъ астероидовъ. Еще въ прошломъ году проф. Вольфъ въ Гейдельбергѣ заподозрилъ колебаніе яркости планеты Терцидины, слѣды которой на фотографическихъ пластинкахъ выходили не на всемъ протяженіи одинаковой толщины. Онъ предпринялъ спеціальное изслѣдованіе, фотографируя планету нѣсколько разъ, насколько было возможно, и отмѣчая всегда состояніе неба.

Теперь, обработавши свои снимки, Вольфъ приходитъ къ заключенію, что блескъ планеты несомнѣнно подверженъ колебаніямъ и что періодъ этихъ колебаній равняется 239 минутамъ.

Планета Сирона также, повидимому, обнаруживаетъ колебанія яркости. Для нея возможный періодъ 290 минутъ.

Замѣчательное скопленіе туманностей нашелъ проф. Вольфъ съ помощью фотографіи близъ звѣзды 31-ой въ созвѣздіи: „Волосы Вероники". Оно занимаетъ на небѣ кругъ въ 30-ть минутъ діаметромъ т. е. приблизительно то, что и дискъ луны и состоитъ изъ 108 туманныхъ пятнышекъ, тѣсно лѣпящихся одно къ другому. Изъ нихъ 4 или 5 выдаются по размѣрамъ и имѣютъ уплотненія въ центрѣ, есть нѣсколько вытянутыхъ, остальныя круглой формы и очень малы. Снимки (два) получены 24 марта н. ст. на большомъ свѣтосильномъ инструментѣ, представляющемъ собой ведущую трубу съ 10-ти дюймовымъ объективомъ новѣйшей конструкціи Payli и двѣ фотографическія параллельно установленныя камеры съ объективами по 16 дюймовъ діаметромъ при двухъ метрахъ фокуснаго разстоянія.

Повидимому, эту группу туманностей наблюдалъ d'Arrest

зимой 1864—1865 г. въ Копенгагенѣ, но онъ не далъ подробнаго описанія ея строенія, такъ что она не обратила на себя всеобщаго вниманія.

Полное солнечное затменіе будетъ набюдаться 5-го мая стар. стиля въ южной части Азіи (Индостанѣ, Индокитаѣ), въ Австраліи, Индійскомъ Океанѣ, восточной половинѣ Африки и на архипелагѣ Зондскихъ острововъ. Оно интересно между прочимъ своей исключительной продолжительностью, которая достигаетъ 6 минутъ.

Для его наблюденія, поэтому, организовано много спеціальныхъ экспедицій.

Астрономъ-Наблюдатель К. Покровскій
(Юрьевъ).

Докторскій диспутъ. 23 марта пр.-доц. Московскаго Университета магистръ чистой математики Д. Ѳ. Егоровъ защищалъ диссертацію „Объ одномъ классѣ ортогональныхъ поверхностей" на степень доктора чистой математики. Диссертація посвящена одному изъ наиболѣе интересныхъ вопросовъ дифференціальной геометріи,—авторъ изучаетъ свойства особаго класса ортогональныхъ системъ, которыя называетъ потенціальными и которыя характеризуются тѣмъ, что принадлежащая имъ одночленная группа преобразованій представляетъ стаціонарное движеніе жидкости, обладающей потенціаломъ скоростей. Подобныя системы въ пространствѣ допускаютъ, съ другой стороны, группу преобразованій Cowbescuri'а и всѣ поверхности одной семьи (изъ числа трехъ) имѣютъ одно и тоже сферическое изображеніе линій кривизны. Отдѣльные результаты автора были имъ докладываемы въ Московскомъ Математическомъ Обществѣ и въ Comptes Rendus Парижской Академіи Наукъ.

Д. С.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 40 (4 сер.). Опредѣлить предѣлъ, къ которому стремится выраженіе

$$u=\sqrt[n]{x^n+ax^{n-1}+bx^{n-2}+\ldots+k}-\sqrt[n]{x^n+a_1x^{n-1}+b_1x^{n-2}+\ldots+k_1}$$

при $x=\infty$.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 41 (4 сер.). Найти общій видъ раціональныхъ, а затѣмъ цѣлыхъ численныхъ значеній сторонъ треугольника, медіаны котораго m_a, m_b и m_c удовлетворяютъ равенству

$$m_a^2=m_b^2+m_c^2.$$

М. Зиминъ (Варшава).

№ 42 (4 сер.). Данъ произвольный уголъ ABC. Изъ точки O, взятой на сторонѣ AB, опущенъ на сторону BC перпендикуляръ OD и изъ точки O радiусомъ OB описана окружность. Можно ли при помощи циркуля и линейки построить хорду BX этой окружности, встрѣчающую прямую въ такой точкѣ Y, что отрѣзки XY и OB равны между собою?

Ф. Доброхотовъ (Самара).

№ 43 (4 сер.). Доказать, что наименьшее кратное чиселъ $1, 2, 3, \ldots, 2n$ равно наименьшему кратному чиселъ $n+1,\ n+2, \ldots, 2n$.

(Заимств.).

№ 44 (4 сер.). Пусть O—центръ круга описаннаго, H—ортоцентръ треугольника ABC; на прямыхъ AB и AC откладываютъ соотвѣтственно отрѣзки $AD = AH$ и $AE = AO$; доказать, что отрѣзокъ DE равенъ радiусу круга описаннаго.

(Заиств.).

№ 45 (4 сер.). Въ сосудъ высотой въ 2 метра, наполненный водой при 4°, опускаютъ безъ начальной скорости твердое тѣло, которое черезъ $1^1/_2$ секунды достигаетъ дна сосуда. Опредѣлить плотность твердаго тѣла. Тренiе не принимается въ разсчетъ.

(Заимств.) *М. Гербиновскiй.*

РѢШЕНIЯ ЗАДАЧЪ.

№ 621 (3 сер.). *Пусть AH высота равнобедреннаго треугольника ABC, CD—биссекторъ одного изъ равныхъ угловъ. Изъ точки D опустимъ перпендикуляръ DE на основанiе BC треугольника и въ той же точкѣ D возставленъ перпендикуляръ къ биссектору CD до встрѣчи его съ основанiемъ въ точкѣ F. Доказать, что*

$$HE = \frac{1}{4} CF.$$

Черезъ точку D проведемъ прямую, параллельную основанiю треугольника; пусть эта прямая встрѣчаетъ высоту AH и сторону AC соотвѣтственно въ точкахъ O и K. Тогда

$$EH = DO = \frac{1}{2} DK. \qquad (1).$$

Проведемъ медiану DM прямоугольнаго треугольника FDC. Прямая DM параллельна сторонѣ AC, потому что $\angle CDM = \angle MCD = \angle ACD$. Поэтому (см. (1))

$$FC = 2MC = 2DK = 4EH.$$

Слѣдовательно

$$EH = \frac{1}{4} FC.$$

П. Полушкинъ (Знаменка); *Н. С.* (Одесса).

№ 645 (3 сер.). *Рѣшить уравненiе:*

$$x^3 + \frac{x^3}{(x-1)^3} + \frac{3x^2}{x-1} + 1 = 0.$$

Возвысивъ въ кубъ двучленъ $x + \frac{1}{x-1}$, имѣемъ тождество:

$$\left[x + \frac{1}{x-1}\right]^3 - x^3 - \frac{1}{(x-1)^3} - \frac{3x^2}{x-1} - \frac{3x}{(x-1)^2} = 0.$$

Прибавивъ почленно это тожество къ данному уравненію, получимъ:

$$\left(x+\frac{1}{x-1}\right)^3+\frac{x^2-1}{(x-1)^2}-\frac{3x}{(x-1)^2}+1=0,$$

или

$$\left[x+\frac{1}{x-1}\right]^3+\frac{x^2+x+1-3x}{(x-1)^2}+1=\left[x+\frac{1}{(x-1)}\right]^3+2=0.$$

Полагая $x+\frac{1}{x-1}=z$ (1), имѣемъ:

$$z^3+2=0,$$

или

$$\left(z+\sqrt[3]{2}\right)\left(z^2+z\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}\right)=0,$$

откуда

$$z_1=-\sqrt[3]{2},$$

или же

$$z^2+z\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}=0;$$

рѣшая это уравненіе, найдемъ еще два корня для z. Подставляя одно изъ найденныхъ значеній z въ уравненіе (1), найдемъ два соотвѣтствующихъ корня для x, и такимъ образомъ можно получить всѣ шесть корней предложеннаго уравненія.

И. Кудинъ (Москва); *Н. С.* (Одесса).

№ 646 (3 сер.). *Рѣшить уравненіе:*

$$x^4+2x^3-11x^2+4x+4=0.$$

Непосредственнымъ испытаніемъ убѣждаемся, что 1 и 2 суть корни нашего уравненія, а потому лѣвая часть его дѣлится на трехчленъ $(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$, причемъ въ частномъ получается трехчленъ x^2+5x+2.

Рѣшая уравненіе

$$x^2+5x+2=0,$$

находимъ еще два корня даннаго уравненія, а именно:

$$x_3=\frac{-5+\sqrt{17}}{2},\ x_4=\frac{-5-\sqrt{17}}{2}.$$

П. Полушкинъ (Знаменка); *О. Е.* (Иваново-Вознесенскъ); *М. Милашевичъ* (Севастополь); *И. Кудинъ* (Москва); *Б. Мерцаловъ* (Орелъ); *К. Красюкъ* (Черкасы); *Н. Г.* (Митава).

№ 650 (3 сер.). *Показать, что*

$$(a-b)\operatorname{ctg}\frac{C}{2}+(c-a)\operatorname{ctg}\frac{B}{2}+(b-c)\operatorname{ctg}\frac{A}{2}=0.$$

Называя черезъ r радіусъ круга вписаннаго, черезъ p—полупериметръ треугольника, имѣемъ:

$$\operatorname{ctg}\frac{A}{2}=\frac{p-a}{r},\ \operatorname{ctg}\frac{B}{2}=\frac{p-b}{r},\ \operatorname{ctg}\frac{C}{2}=\frac{p-c}{r},$$

а потому

$$(a-b)\operatorname{ctg}\frac{C}{2}+(c-a)\operatorname{ctg}\frac{C}{2}+(b-c)\operatorname{ctg}\frac{A}{2}=\frac{(a-b)(p-c)(c-a)(p-b)(b-c)(p-a)}{r}=$$

$$=\frac{1}{r}\left\{p(a-b+c-a+b-c)-\left[(a-b)c+(c-a)b+(b-c)a\right]\right\}=0,$$

въ чемъ убѣждаемся, сдѣлавъ приведеніе.

П. Полушкинъ (Знаменка); *Н. С.* (Одесса).

№ 651 (3 сер.). *Параллельно діагонали даннаго квадрата провести прямую, дѣлящую его площадь въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.*

Пусть $ABCD$ есть данный квадратъ, и пусть черезъ точку E стороны CD проведена прямая, параллельная діагонали AC и удовлетворяющая условію задачи. Обозначимъ черезъ F точку встрѣчи этой ирямой со стороной AD, общую длину равныхъ отрѣзковъ ED и FD — черезъ x, а сторону даннаго квадрата—черезъ a. Замѣчая, что площадь треугольника EFF равна $\frac{x^2}{2}$, по условію задачи имѣемъ:

$$\frac{a^2}{a^2-\frac{x^2}{2}}=\frac{a^2-\frac{x^2}{2}}{\frac{x^2}{2}},$$

откуда

$$\left(a^2-\frac{x^2}{2}\right)^2=\frac{a^2x^2}{2},$$

или, замѣчая, что $a>0$ и $x>0$, —

$$a^2-\frac{x^2}{2}=\frac{ax}{\sqrt{2}},$$

$$x^2+a\sqrt{2}\,x-2a^2=0,$$

$$x=\frac{-a\sqrt{2}+\sqrt{10a^2}}{2}=\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}\cdot\sqrt{2}=\alpha\sqrt{2}\quad(1),$$

гдѣ

$$\alpha=\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}.$$

Извѣстно, что α есть сторона десятиугольника, вписаннаго въ кругъ радіуса; изъ равенства же (1) видно, что x есть сторона квадрата, вписаннаго въ кругъ радіуса α. Отсюда вытекаетъ построеніе отрѣзка x, точки E и прямой EF.

П. Полушкинъ (Знаменка); *Л. Гальперинъ* (Бердичевъ).

Редакторъ **В. А. Циммерманъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса, 30-го апрѣля 1901 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.